

Teorijska pitanja:

P1. Odnos napona na dva redno vezana otpornika R_1 i R_2 je $U_1/U_2 = 3/1$. Nacrtati šemu povezivanja [1] i odrediti odnose struja [2] i snaga na ovim otpornicima [2]?

P2. Definirati granične uslove na razdvojnoj površi dva homogena dielektrika [2]? Izvesti izraz za kapacitivnost pločastog kondenzatora sa homogenim dielektrikom [3]. Nacrtati sliku i obeležiti sve potrebne veličine (gotova formula se ne boduje).

P3. Kako se menja sopstvena induktivnost vazdušnog torusnog namotaja ako se: a) broj namotaja poveća 3 puta [2], b) jačina struja

kroz namotaje smanji 2 puta [2]. Rešenje bez obrazloženja se ne boduje. Skicirati i obeležiti tipičnu histerezisnu krivu feromagnetika [2].

P4. Impedansu \bar{Z} formira redna veza otpornika R i idealnog kalema induktivnosti L . Napisati izraz za ovu impedansu [1]. Pokazati kako se menja moduo ove impedanse sa porastom frekvencije [1]. Koliko iznosi moduo ove impedanse kada kružna frekvencija $\omega \rightarrow \infty$ [1], a koliko kada $\omega \rightarrow 0$ [1]? Odgovor bez obrazloženja se ne boduje.

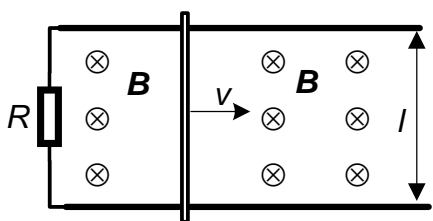
Zadaci:

Z1. Usamljeno pozitivno punktualno naelektrisanje Q nalazi se u koordinatnom početku u homogenom dielektriku relativne permitivnosti ϵ_r .

- a) odrediti vektor jačine električnog polja [3] i potencijal [1] u tački $A(a, 0)$ ako je $a > 0$.
b) iz tačke $A(a, 0)$ pušteno je da iz mirovanja krene malo pozitivno naelektrisanje Q_2 mase m .
Odrediti njegovu brzinu [4] u tački $B(b, 0)$, ako je $b > a$. Rešenje bez slike se ne boduje.

Z2. Dve baterije elektromotornih sila $E_1 = E_2 = 12[V]$ i unutrašnjih otpornosti $R_1 = 2R_2 = 12[\Omega]$ povezane su redno, a zatim je na ovu rednu vezu priključen termogeni potrošač R_p .

- a) odrediti otpornost potrošača tako da se na njemu razvija maksimalna snaga [2].
b) odrediti snagu Džulovih gubitaka na potrošaču iz prethodne tačke [2].
c) uloženu snagu svake baterije pojedinačno [2+2]? Rešenje bez šeme povezivanja se ne boduje.

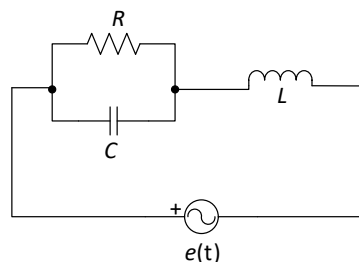


Z3. Prav provodnik ravnomerno klizi po veoma dugačkim paralelnim provodnim šinama. Otpornost provodnika i šina se može zanemariti. Ceo sistem se nalazi u homogenom magnetskom polju indukcije B kao na slici. Na jednom kraju provodne šine su zatvorene otpornikom R , a drugi kraj je otvoren. Odrediti indukovanu ems [4] u provodniku i snagu zagrevanja otpornika R [2]. **Podaci:** $l = 0.2[m]$, $B = 1[T]$, $R = 10[\Omega]$, $v = 10[m/s]$.

Z4. U mreži sa slike vlada ustaljeni sinusni režim. Odrediti:

- (a) trenutnu vrednost struje izvora [4],
(b) aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu mreže [3],
(c) fazni stav između napona i struje izvora [1].

Podaci: $e(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(10^3 \cdot t)[V]$, $R = 1[K\Omega]$, $L = 1[H]$ i $C = 1[\mu F]$.



P1. Struja je ista kroz oba otpornika, pa je $U_1 / U_2 = (IR_1) / (IR_2) = R_1 / R_2 = 3 / 1$.

$$P_1 / P_2 = (I^2 R_1) / (I^2 R_2) = R_1 / R_2 = 3 / 1.$$

P2. Važi jednakost normalnih komponenti vektora \mathbf{D} i tangencijalnih komponenti vektora \mathbf{E}

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

P3. $L = \mu_0 \frac{N^2 d}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$, a) raste 9 puta, b) ne menja se.

$$\mathbf{P4.} \bar{Z} = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot e^{-j \arctg(\frac{\omega L}{R})} = Z \cdot e^{j\varphi}. Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \varphi = \arctg(\frac{\omega L}{R}).$$

Sa porastom frekvencije moduo impedanse raste. Kada $\omega \rightarrow \infty$, $Z \rightarrow \infty$, a kada $\omega \rightarrow 0$, $Z \rightarrow R$.

$$\mathbf{Z1. a)} E_A(a) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{Q}{a^2}, V_A(a) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{Q}{a}$$

$$\mathbf{b)} \Delta E_K = A_{nad Q_2}, m \cdot \frac{v_B^2}{2} - m \cdot \frac{v_A^2}{2} = Q_2 (V_A - V_B) = Q_2 U_{AB}, v_A = 0. U_{AB} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right),$$

$$v_B = \sqrt{\frac{QQ_2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r m} \frac{b-a}{ab}}.$$

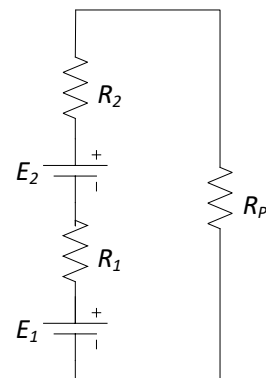
Z2. a) Iz uslova prenosa maksimalne snage potrošaču, a nakon primene Tevenenove teoreme na deo kola koji "vidi" potrošač sledi:

$$R_p = R_1 + R_2 = 12 + 6 = 18 \Omega$$

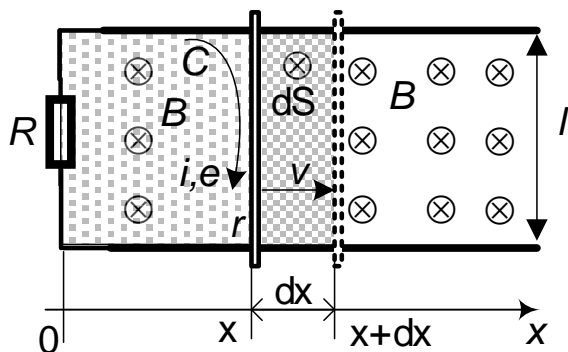
$$\mathbf{b)} \text{ struja u kolu je } I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2 + R_p} = \frac{12 + 12}{12 + 6 + 18} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3} [\text{A}]$$

$$P_p = I^2 R_p = \left(\frac{2}{3} \right)^2 \cdot 18 = 8 [\text{W}]$$

$$\mathbf{c)} P_{E1} = E_1 I = 12 \cdot \frac{2}{3} = 8 [\text{W}], P_{E2} = E_2 I = 12 \cdot \frac{2}{3} = 8 [\text{W}].$$



Povezivanje baterija u opoziciju nema mnogo smisla, jer onda nema ni struje u kolu.



$$\mathbf{Z3.} e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{Blv \cdot dt}{dt} = -Blv = -1 \cdot 0.2 \cdot 10 = -2 [\text{V}],$$

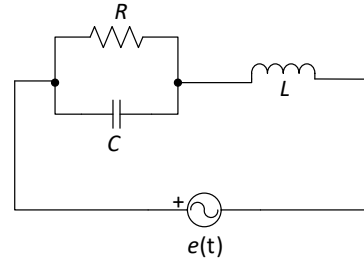
sa smerom kao na slici. Struja u provodniku je $i(t) = \frac{e(t)}{R} = \frac{e(t)}{R} = \frac{-Blv}{R} = \frac{-1 \cdot 0.2 \cdot 10}{10} = -0.2 [\text{A}]$ u označenom smeru.

Termička disipacija na otporniku R je onda

$$P_R = i^2 R = 0.2^2 \cdot 10 = 0.4 [\text{W}]$$

Z4. Ukupna impedansa kola je

$$\bar{Z} = \bar{Z}_L + \frac{\bar{Z}_C \cdot R}{\bar{Z}_C + R} = j\omega L + \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot R}{\frac{1}{j\omega C} + R} = j\omega L + \frac{R}{1 + j\omega CR}.$$



Nakon zamene brojnih vrednosti sledi:

$$\bar{Z} = j10^3 \cdot 1 + \frac{10^3}{1 + j10^3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3} = j10^3 + \frac{10^3}{1 + j} \frac{1-j}{1-j} = j10^3 + \frac{10^3}{2} (1-j) = 500(1+j)$$

$$\bar{Z} = 500(1+j) = 500\sqrt{2} \cdot e^{j\arctg(1)} = 500\sqrt{2}e^{j\pi/4} [\Omega].$$

a) Struja izvora je $\bar{I} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}} = \frac{1}{500\sqrt{2}e^{j(\pi/4)}} = \sqrt{2}e^{j(-\pi/4)} [\text{mA}]$, pa je $i(t) = 2 \cdot \sin(10^3 \cdot t - \pi/4) [\text{mA}]$.

b) $\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 1 \cdot (\sqrt{2}e^{-j\pi/4})^* = \sqrt{2}e^{j\pi/4} = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 1 + j$, $P = 1 \text{ W}$, $Q = 1 \text{ VAr}$, $S = \sqrt{2} \text{ VA}$

c) Fazni stav između napona i struja izvora je $\pi/4$, tj. napon prednjači struji za $\pi/4$.